

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1.Б.09 Математика: теория вероятностей и  
математическая статистика

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

38.03.01 ЭКОНОМИКА

Направленность (профиль)

38.03.01 ЭКОНОМИКА

Форма обучения

очно-заочная

Год набора

2020

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Программу составили \_\_\_\_\_

канд. физ.-мат. наук, доцент, Кузоватова О.И.

\_\_\_\_\_  
должность, инициалы, фамилия

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины**

### **1.1 Цель преподавания дисциплины**

Настоящая программа предназначена для подготовки бакалавров. На основе этой программы выпускник должен получить базовое общее высшее образование, способствующее дальнейшему развитию личности. Данная программа создает общее видение мировоззренческого характера. Стремительная математизация и компьютеризация практически всех областей знания требует перестройки системы математического образования в высшей школе. Математическое образование следует рассматривать как важнейшую составляющую фундаментальной подготовки бакалавра. Обусловлено это тем, что математика является не только мощным средством решения прикладных задач и универсальным языком науки, но также и элементом общей культуры.

Целями изучения дисциплины являются:

- введение студентов в методологию, подходы, математические методы анализа явлений и процессов в условиях неопределенности;
- привитие студентам навыков интерпретации теоретико-вероятностных конструкций внутри математики и за ее пределами;
- выработка у студентов достаточного уровня вероятностной интуиции, позволяющей им осознанно переводить неформальные стохастические задачи в формальные математические задачи теории вероятностей;
- формирование в общей системе знаний обучающихся специального вероятностного мышления, необходимого для успешной исследовательской и аналитической работы во многих современных областях науки;
- формирование представлений о математических методах сбора, систематизации, обработки и интерпретации результатов наблюдений для выявления статистических закономерностей;
- формирование навыков самостоятельной работы, необходимых для использования знаний при изучении специальных дисциплин и дальнейшей практической деятельности.

### **1.2 Задачи изучения дисциплины**

Основными задачами изучения дисциплины являются:

- развитие у обучающихся навыков по работе с математическим аппаратом теории вероятностей, подготовка их к системному восприятию дальнейших дисциплин из учебного плана, использующих методы вероятностно-статистического анализа;
- получение представлений об основных идеях и методах и развитие способностей сознательно использовать материал курса;
- умение разбираться в существующих математических методах и моделях и условиях их применения на практике;
- умение осуществлять сбор, анализ и обработку статистических данных, необходимых для решения профессиональных задач;
- умение анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.

**1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-2: способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач</b>	
ОПК-2: способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	<p>основные понятия, определения и свойства объектов теории вероятностей и математической статистики; формулировки и доказательства утверждений; методы доказательства утверждений.</p> <p>вычислять вероятности случайных событий; вычислять числовые характеристики случайных величин;</p> <p>составлять и исследовать функции распределения случайных величин; обрабатывать статистическую информацию для оценки значений параметров и проверки значимости гипотез;</p> <p>доказывать основные теоремы элементарной теории вероятностей, решать стандартные теоретико-вероятностные задачи; применять полученные навыки для обработки статистических данных в дисциплинах профессионального цикла и научно-исследовательской работе;</p> <p>анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы; осуществлять сбор, анализ и обработку статистических данных, необходимых для решения профессиональных задач; работать с компьютером на уровне пользователя, осуществлять выбор инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.</p> <p>навыками нахождения вероятности случайного события; методами нахождения точечных и интервальных оценок параметров распределения; навыками проверки статистических гипотез; вероятностным подходом к постановке и решению задач;</p> <p>навыками использования методов теории вероятностей и математической статистики при обработке результатов эксперимента.</p>
<b>ОПК-3: способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы</b>	

ОПК-3: способностью выбрать инструментальные средства для обработки	возможные сферы связи и приложения в других областях математического знания; возможные сферы связи и приложения в других
экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы	дисциплинах профессионального цикла. применять полученные навыки для обработки статистических данных в дисциплинах профессионального цикла и научно-исследовательской работе; работать с компьютером на уровне пользователя; анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы; осуществлять сбор, анализ и обработку статистических данных, необходимых для решения профессиональных задач; осуществлять выбор инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы. построением математических моделей случайных явлений, изучаемых естественными науками; навыками интерпретации теоретико-вероятностных конструкций внутри математики и за ее пределами – в приложениях (в информатике, экономике); решения проблемных теоретико-вероятностных задач.

#### **1.4 Особенности реализации дисциплины**

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад. час)	е
		1
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>1 (36)</b>	
занятия лекционного типа	0,5 (18)	
практические занятия	0,5 (18)	
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>2 (72)</b>	
курсовое проектирование (КП)	Нет	
курсовая работа (КР)	Нет	

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

		Контактная работа, ак. час.							
№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
		Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
<b>1. Теория вероятностей</b>									
	1. Элементарная теория вероятностей. Предмет теории вероятностей. Пространство элементарных событий, случайные события. Операции над событиями. Совместные и несовместные события. Полная группа событий. Вероятность на дискретном пространстве элементарных исходов. Классическое определение вероятности. Использование методов комбинаторики для вычисления вероятностей: правило произведения, правило суммы, размещения, перестановки, сочетания. Урны и шары. Гипергеометрическое распределение. Статистическое определение вероятности.	2							

<p>2. Геометрическая вероятность. Задача о встрече. Парадокс Бертрانا. Задача Бюффона. Аксиоматика теории вероятности. Алгебра и сигма-алгебра событий. Вероятность как нормированная мера. Аксиомы вероятности и их следствия. Формула Пуанкаре для теоретико-множественного объединения событий (теорема сложения вероятностей). Условные вероятности. Зависимые и независимые события. Причинно-следственная и вероятностная зависимость. Формулы полной вероятности и Байеса (формула вероятности гипотез).</p>	2							
<p>3. Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Биномиальное распределение. Номер первого успешного испытания. Геометрическое распределение и его свойство. Независимые испытания с несколькими исходами. Полиномиальное распределение. Приближение гипергеометрического распределения биномиальным. Теорема Пуассона для схемы Бернулли. Предельные теоремы Муавра-Лапласа для схемы Бернулли.</p>	2							



<p>4. Случайная величина. Распределение случайных величин. Дискретная случайная величина, ряд распределения. Непрерывная случайная величина, плотность распределения. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, моменты высших порядков, мода, медиана, асимметрия, эксцесс. Примеры распределений: вырожденное распределение, распределение Бернулли, гипергеометрическое, биномиальное, геометрическое, пуассоновское, равномерное, показательное, нормальное, распределение Коши, распределение Парето. Свойства нормального распределения. Функции от случайных величин. Распределения функций от случайных величин. Линейные и монотонные преобразования случайных величин.</p>	2							
<p>5. Совместное распределение нескольких случайных величин (случайный вектор). Типы многомерных распределений. Дискретное совместное распределение. Абсолютно непрерывное совместное распределение. Примеры многомерных распределений. Равномерное распределение. Многомерное нормальное распределение. Роль совместного распределения. Функции двух случайных величин. Независимость случайных величин. Числовые характеристики зависимости: ковариация, коэффициент корреляции. Условное математическое ожидание и условная дисперсия. Регрессия. Линейная регрессия. Множественная регрессия.</p>	2							

<p>6. Куда и как сходятся последовательности случайных величин. Сходимости «почти наверное» и «по вероятности». Неравенство Маркова. Обобщённое неравенство Чебышёва. Неравенство Чебышёва-Бьенеме. Законы больших чисел (ЗБЧ). ЗБЧ Чебышёва. ЗБЧ Маркова. ЗБЧ Хинчина. ЗБЧ Бернулли.</p> <p>Слабая сходимость последовательности случайных величин. Центральная предельная теорема для последовательности независимых и одинаково распределённых случайных величин.</p>	2							
<p>7. Элементы комбинаторики. Правило суммы, правило произведения. Перестановки. Размещения. Сочетания. Урны и шарики. Выбор без возвращения и без учёта порядка. Выбор без возвращения и с учётом порядка. Выбор с возвращением и без учёта порядка. Выбор с возвращением и с учётом порядка.</p> <p>Пространство элементарных исходов. События и операции над событиями.</p>			1					
<p>8. Классическая схема. Гипергеометрическое распределение. Статистическое определение вероятности.</p>			1					
<p>9. Геометрические вероятности.</p>			1					
<p>10. Формулы полной вероятности и Байеса (формула вероятности гипотез).</p>			1					
<p>11. Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Биномиальное распределение. Геометрическое распределение. Полиномиальное распределение. Предельные теоремы для схемы Бернулли.</p>			1					

12. Дискретная случайная величина и закон ее распределения. Функция распределения. Числовые характеристики. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения. Функция распределения. Числовые характеристики.			1					
13. Важнейшие законы распределения непрерывных случайных величин и их свойства. Преобразование одной случайной величины. Распределения функций от случайных величин. Линейные и монотонные преобразования случайных величин. Квантильное преобразование.			1					
14. Случайные векторы с дискретным распределением. Независимость. Числовые характеристики. Случайные векторы с непрерывным распределением. Числовые характеристики.			0,5					
15. Функция от двух случайных величин. Независимость. Формула свёртки. Ковариационная матрица. Коэффициенты корреляции. Линейная регрессия. Множественная регрессия.			1					
16. Законы больших чисел. Центральная предельная теорема.			0,5					
17. Контрольная работа № 1			2					
18. Самостоятельная работа по разделу 1							36	
<b>2. Математическая статистика.</b>								

<p>1. Предмет математической статистики. Основные понятия математической статистики. Генеральная совокупность. Выборка. Выборочное распределение. Эмпирическая функция распределения. Вариационный ряд. Порядковая статистика. Гистограмма. Выборочные моменты. Свойства эмпирической функции распределения. Теорема Гливленко – Кантелли. Свойства гистограммы. Свойства выборочных моментов. Свойства выборочных квантилей.</p>	2							
<p>2. Точечное оценивание. Параметрические семейства распределений. Точечные оценки. Свойства оценок. Методы нахождения оценок: метод моментов, метод максимального правдоподобия. Сравнение оценок. Эффективность оценок. Неравенство Рао-Крамера. Интервальные оценки. Доверительные интервалы и вероятности. Принципы построения доверительных интервалов. Общий принцип построения точных доверительных интервалов. Общий принцип построения асимптотических доверительных интервалов.</p> <p>Основные статистические распределения: гамма-распределение, Пирсона, распределение Стью-дента, распределение Фишера. Преобразования нормальных выборок. Лемма Фишера. Точные доверительные интервалы для параметров нормального распределения.</p>	2							

<p>3. Статистическая проверка гипотез. Гипотезы и критерии. Подходы к сравнению критериев. Общий вид критериев согласия. Критерии для проверки гипотезы о распределении: критерий Колмогорова, критерий <math>\chi^2</math> Пирсона, критерий <math>\chi^2</math> для проверки параметрической гипотезы. Критерии для проверки однородности: двухвыборочный критерий Колмогорова-Смирнова, ранговый критерий Вилкоксона, Манна и Уитни, критерий Фишера, критерий Стьюдента, однофакторный дисперсионный анализ. Критерий <math>\chi^2</math> для проверки независимости. Проверка простых гипотез о параметрах. Исследование статистической зависимости. Математическая модель регрессии. Общая модель линейной регрессии.</p>	2							
<p>4. Выборка. Статистический ряд. Графические характеристики выборки: полигон, гистограмма, кумулята, эмпирическая функция распределения. Числовые характеристики выборки: выборочная средняя и дисперсия. Мода, медиана. Начальные и центральные моменты. Коэффициенты асимметрии и эксцесса.</p>			1					
<p>5. Точечные оценки неизвестных параметров распределения по выборке. Свойства оценок. Методы нахождения оценок: метод моментов, метод максимального правдоподобия. Эффективность оценок.</p>			1					

6. Интервальные оценки. Доверительные интервалы и вероятности. Общий принцип построения точных доверительных интервалов. Преобразования нормальных выборок. Точные доверительные интервалы для параметров нормального распределения.			1					
7. Статистическая проверка гипотез. Гипотезы и Критерии. Критерии для проверки гипотезы о распределении: критерий Колмогорова, критерий $\chi^2$ Пирсона, критерий $\chi^2$ для проверки параметрической гипотезы. Критерии для проверки однородности: двухвыборочный критерий Колмогорова-Смирнова, ранговый критерий Вилкоксона, Манна и Уитни, критерий Фишера, критерий Стьюдента, однофакторный дисперсионный анализ. Критерий $\chi^2$ для проверки неза-висимости. Проверка простых гипотез о параметрах.			1					
8. Исследование статистической зависимости. Корреляционная таблица и корреляционное поле. Выборочный коэффициент корреляции. Понятие о функции регрессии. Общая модель линейной регрессии.			1					
9. Контрольная работа № 2			2					
10. Самостоятельная работа по разделу 2							36	
11.								
Всего	18		18				72	

## 4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 4.1 Печатные и электронные издания:

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей: учебник для вузов(М.: КноРус).
2. Гусак А. А., Бричикова Е. А. Теория вероятностей: справочное пособие к решению задач(Минск: ТетраСистемс).
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам(Москва: Айрис-Пресс).
4. Туганбаев А.А., Крупин В. Г. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие(Санкт-Петербург: Лань).
5. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для бакалавров.; рекомендовано МО РФ(М.: Юрайт).
6. Попов А.М., Сотников В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для бакалавров.; рекомендовано УМ центром "Профессиональный учебник"(М.: Юрайт).
7. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие для вузов(М.: Юрайт).
8. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов(М.: ЮНИТИ-ДАНА).
9. Ефимов А. В., Каракулин А. Ф., Коган С. М., Поспелов А. С., Шостак Р. Я., Ефимов А. В., Поспелов А. С. Сборник задач по математике для вузов. Копия: Ч. 2: в 4-х ч. : учеб. пособие для вузов(Москва: Физматлит).
10. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Задачи и упражнения по теории вероятностей: учебное пособие для технических вузов(Москва: Высшая школа).
11. Райгородский А. М. Комбинаторика и теория вероятностей: Учебное пособие(Долгопрудный: Издательский дом "Интеллект").
12. Крупин В.Г., Павлов А.Л., Попов Л.Г. Высшая математика. Теория вероятностей, математическая статистика, случайные процессы. Сборник задач с решениями: учебное пособие(Москва: Издательский дом МЭИ).
13. Крупкина Т. В. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб.-метод. пособие [для студентов напр. 080100.62 «Экономика», 080200.62 «Менеджмент», 080400.62 «Управление персоналом»](Красноярск: СФУ).
14. Крупкина Т. В. Теория вероятностей и математическая статистика: сборник задач: сборник задач [для студентов напр. 080100.62 «Экономика», 080200.62 «Менеджмент», 080400.62 «Управление персоналом»](Красноярск: СФУ).
15. Крупкина Т. В. Теория вероятностей и математическая статистика. Указания к решению задач. Выборочный метод: учеб.-метод. пособие (Красноярск: СФУ).

**4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. Методика проведения занятий допускает использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), обеспеченных соответствующим программным обеспечением, и применение вычислительной техники и стандартных пакетов прикладных программ (Microsoft Office, ОС Windows XP/7/8/10, браузер Google Chrome, Opera, Mozilla Firefox).

**4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. Методика проведения занятий не предполагает использование информационных справочных систем.

### **5 Фонд оценочных средств**

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

**6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Методика проведения занятий допускает как использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), так и классические аудиторские занятия, обеспечиваемые стандартными материально-техническими средствами.